· · · · · · ·	COL 351 :	ANALYSIS	& DESIGN	of	ALGORITHMS	
				• • •		
			CONTUM	0.05	P,	
	.		- q v KI I MM	ک -		
	· · · · · · · · · · · ·					
			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			
		RAZIC D	EPINITIONS			• • • • •
		· · · · · · · · · ·				
				• • •		
			· · · · · · · · · · ·			
		100 h			- VAICH	
	The program is	, 1019				

· · · · · · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	REMINDERS			
	Sign	up on	Teams channel			
· · · · · · · ·	Sign	up on	Gradescope			
					· · · · · · ·	
· · · · · · ·	· · · · · ·	· · · · · · · · ·		· · · · · · · · ·		

							4																																	9	5							
									K	A				1)(F	1	1		20		Y	!	1	0	M		AI		•	TI	M	F		1	11	E.	A 9	N	./	/							
							. •												. •	. 1			."	,							•				."													
																					•																											
																					•					•										• •												
																					•																						• •					
																						•	•	•	•																			•			•	
																				•		•					•																• •			•	•	•
																					•	•	•	•	•	•		•							•	• •				•	•		• •			•	• •	•
																					•	•	•	•	•			•													•		• •				• •	
															•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			•												•	•		• •	•			• •	
	•														•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•							•	•			•	•	•		• •			•	• •	•
			•			•	•	•	•								•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•		•		•	•	•			•	•	•	•	• •	•		•	•	•
			•			•	•	•	•								•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•		•		•	•	•			•	•	•	•	• •	•		•	•	•
								•									•	•			•	•	•	•	•	•		•				•	•							•	•		• •	•		•	•	
								•									•	•			•	•	•	•	•	•		•				•	•							•	•		• •	•		•	•	
					•					•			•	•			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •						•	• •			•	•	•		• •			•	•	
					•					•			•	•			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •						•	• •			•	•	•		• •			•	•	
•	•	•					•		•		•		•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •						•	•			•		•		• •			•	•	
	•			•	1	•	•		•	1	•	•	•	1	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •					•	•	•			•				• •			•	•	
	•				1	•	•	•	•	1	•		•	1	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •					•	•	•			•		•		•				•	

•	•	•	•	•	•	•	•	· ·	W	K	A	Ţ		•	D	0	E.	2	•	P (0L	- Y	Ν	0	۲	1	A	L	•	TI	M	E		M	E	A	Ň	29) .		•	•	•	•	· ·		
•	•	•	•	•	•	•	•	· · ·	ì	nf) (r	t	•	•	•	•	· · ·	7	•		•	A	L	G	•		•	• •		•	7	· · ·	•	0	ut	þv	t	•	· · ·		•	•	•	•	· · ·		
•	•	•	•	•	•	•	•	· ·	•	•	•	•	•	•	•	•	· ·		•	•	•	•	· ·	•	•	•	•	• •	•	•	•	· ·	•	•	· ·	•	•	•	• •		•	•	•	•	· ·	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	· ·	•	•	•	•	•	•	•	•	· ·		•	•	•	•	· ·	•	•	•	•	• •	•	•	•	· ·	•	•	· ·	•	•	•	• •		•	•	•	•	· ·	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	· ·	•	•	•	•	•	•	•	•	· · ·		•	•	•	•	· ·	•	•	•	•	· · ·	•	•	•	· · ·	•	•	· ·	•	•	•	· · ·	· •	•	•	•	•	· ·	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	· ·	•	•	•	•	•	•	•	•	· ·		•	•	•	•	· ·	•	•	•	•	· ·	•	•	•	· ·	•	•	· ·	•	•	•	• •		•	•	•	•	· ·		•
•	•	•	•	•	•	•	•	· ·	•	•	•	•	•	•	•	•	· ·		•	•	•	•	• •	•	•	•	•	· ·	•	•	•	· ·	•	•	· ·	•	•	•	• •		•	•	•	•	· ·	•	•
•	•						•	• •				•					• •			•					•										• •				• •		•						

· ·	•	• •	• •	• •	ŀ	1 K 	A •	T	· ·	Þ	130	· · · ·	POL	Y N	0 M			Tir	IE	۲	1E	A1		9 •	· ·	•	•	• •	•	• •	
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			•	inp	sut	•	· · ·		~~~	· · ·		AL	G		· · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	7		out	τp n	t	•	· · ·	•	•	· · ·	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	· · ·	· · ·	· · ·		AL	G	•	2Í	0		Þol	yno	mì	al -	tìm	10	al	90) (itt	'nm		f	•	· · ·	•	•		•	· · ·	•
• •		. †1	he	Ŵ	07S	t –	6	- <u>c</u> e	 	hu	nhli	ng	ť	me	0-	FA	ALC	Ê	21	Ċ	1pp*	<i>ک</i> ر	bo	ún	de	_d	•	by	- 0 0	• •	
· · ·	•	. 11	he	R	025	t - Þol	yn Yn	20 ۳0	1 A	hu l	nnii	ng nct	ti ion	me Q	0- -	f /	ALC Si	Â Ize	2Î Q	F	×þþ* the	ۍ ۱	bo	un un t	de ,	_d	•	by	-		•
 . .	•		he	R	ወካያ	t - Þol	y n	۲6 مس	vì A	l.	nnii Fa	ng nct	ti	me Q	0 <u>-</u> -	fhe	ALC Si	Â Xe	2Í	F	hp? the	- Ì	bo	un ou t	de 	_d	· · · ·	by	-		

•	•	•	•	•	•	•	•	•	ŀ	11	ł	A.	Т	•	1)E	י ב ו		P	0			1	0	4	IA	łL		1	. 	16		1	1	E	A	Ņ	9		•	•	•	•			•	•
•	•	•	•	•	•	Pr	a b	le	m	• •	•	•	• •	•	•	•	•	•	• •		•	•		In	þr	†	S	え	e e	•	· ·	•	•	•	•	• •	•	•	Pa	ىلە ر		t	im	e	?		•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	0	•	••••	•	•	•	•	•	• •		•	•	•	•		· ·		•	•	•	••••	•	•	•	•	••••	•	•	•	· ·		•	•	•	• •		•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	• •	•	•	•	•	•			•	•	•	•				•	•	•	••••	•	•	•	•	• •	•	•	•		•	•	•	•			•	•
•	•	•	•	•	0	0	•	•	•		•		• •		•	0	•	•	• •		•	•	•	•				0	•	•	• •	•	•	•	0	• •	0	•		• •		•	•	0			•	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	••••	•	•	•	•	•	• •		•	•	•	•		••••		•	•	•	••••	•	•	•	•	••••	•	•	•	• •	•	•	•	•	• •			•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	••••	•	•	•	•	•	• •		•	•	•	•				•	•	•	• •	•	•	•	•	••••	•	•	•	• •	•	•	•	•			•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	• •	•	•	•	•	•			•	•	•	•				•	•	•	•••	•	•	•	•	• •	•	•	•	• •	•	•	•	•			•	•
			•	8	0	0					- 0		 0 0			0	0		• •		0	0	0		0 1			0			• •		8	0		 0 0	•	0		• •			0	0			•	0
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	• •	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	••••		•	•	•	••••	•	•	•	•	• •	•	•	•	• •	•	•	•	•	• •		•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	0	•	• •		•	•	•	•	•		•	•	•	•	•			•	•	•	• •	•	•	•	•	• •	•	•	•	• •		•	•	•		· ·	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•				• •	•		•	•	•			•	•	•	•				•	•	•		•	•	•	•	• •	•	•	•		•	•	•	•			•	•

• •		WHAT	DOET	POLYNOMIAL-	TIME	MEAN	2
· ·	Pro	blem.	· · · · · · ·	Input size	· · · · · · ·	· · · · · · ·	Poly-time?
· ·	Given a	number n	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· ·	· · · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· ·	return	its square	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · ·
· ·	· · · · · · ·	· · · · · · · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · ·
				· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · ·
•••			· · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · ·
· ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · ·
· ·	· · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · ·

•	•	•	•	•	•			•	•	•	ŀ	1	H	1	A	-	Γ		•	t) (0	E	1	•	•	P (0		Y	٨		0	٢	1	A) L	-		T	11	1	E	•	1	1	E	F	+ 1	Ń			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	P	5	b	· 	er	m	•	•		•	•	•		0	•	•	•			•	•	•	•	•	-]	n	Þ	nt		S	iz	رو				0 0	•	•	•	•	•	•	•	•	P		Ay	•	ti	i M N	e e	?	•	•	•	•
•	•	G		9 1 1 1	m		0	ג י	•	n	U	(n	nł)t		•	n	١		•	0	•			•	•	•	•	•	•			۲ ۲	ſ	•	•	•	•	•			0 0	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	, , ,	vl v	ł	W	r	Λ	•	· Ì	<u>+</u>	Ĺ	•	Ś	9	U	ں ب	S	e	•	•	•				•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•			•	•	•		•	•		•	•	•		•	•	•				•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	•	•			0	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•			•	•	•		•	•		•	•	•		•	•	•				•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•			•	•	•		•	•		•	•	•		•	•	•				•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	0	•	•	•	•			•	•	•		•	•		•	•	•		•	•	•				•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	•				0	•	•	•	0	•	•	•	•		0	0	0	0	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•			•	•	•		•	•		•	•	•		•	•	•				•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•		•			0	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•		•	•		•			•	•							•					•				•	•	•	•	•	•			•		•	•	•					•	•	•	•	•	•					•	0	0	0	•	•					

•	•	•	•	•	•	•	•	•		Ŋ	K	A		Γ	•	t		DE	2		f	20	L	Y	Ņ		ľ	11	A	L	-	T	11	1E		1	11	Ξ,	41	Ň	2				•	•	•	•	• •	
•	•	•	•	•	f) r	1 6	le		1 1 1 1	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	- ·	· ·	I	nj	s ret		Si	Z(•	•	•	•	•	· ·	•	•	•	Pa	, 5 7	1-	ť	'n	16	?	•	• •	
•	•	G	ÌV	er	K		λ λ	• 1	n N	l Nn	nb	u U		ň		•	•	•	•	•	•	•	• •	· ·	•		y X		•	•	• •	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	•			•	•	•	•	• •	
•	•	י א	r	ţυ	برجن	, "M	•	· Ì	7	•	ŝ	γl	N	1 1 1	, , ,		•	•	•	•	•	•	• •	· ·		L.	o o d		n N	•	· ·	•	•	•	•	•	· ·	•	•	•	•	•			•	•	•	•	• •	
•	•	0	•	•	•	•	0	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	••••	•	•		•	•	•	• •	•	•	•	•	•	•••	0	•	0	•	•	•••		•	•	•	•	• •	
•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •		•	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	•			•	•	•	•		
•	•	0			•	•	0	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•			• •			•	•	•	•	•	• •		0		•		• •	0	•	0		•	• •			•	•	•		
•	•	o 0	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	• •	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	•			•	•	•	•	• •	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	· ·	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	· ·	•	•	•	•	•	••••		•	•	•	•	• •	
•	•	0	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	· ·	•	•	•	•	•	• •		•	•	•	•	• •	
		•		•	•	•			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•				•	•	•	•	•				•	•	•	•		•	•	•					•	•	•			

•	•	•	• •	· ·	•	•	•		h	K	A	T		•	t)E	<u>ר</u>			P (-1		N	0	٢	11	A	Ĺ	•	T	lr	16	5	1	1	E	A	Ň		2	•	•	•	•	•	•	• •	· ·	•
•	•	•	• •	• •	P	()	61	en	1.	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		Ŀ	٠þ	nt	•	si Si	Z(•	• •	•	•	•	•	•	• •	•)) 	by	•	ti	n m	e	?	• •	• •	•
•	•	G	ÌV	en	•	6	•	n N	J'n	nb	u	•	n N	. 5	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	Ì	×		•	•	•	•	••••	•	•	•	•	•	• •	C) (n 1	ι)	•	•	•	•	•	• •	• •	•
•	•	י אר י	e	tu	21	ר ר ר	Ĵ	<u>+</u> r	•	ŝ	70	na Na	۲ ۲		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	./	lo	rg d	١ ٢	n N	•	•	•	· ·	•	•	•	•	•	· ·	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	· ·	•
•	•	•		• •		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	Ņ	•	•	•	•		• •		•	•	•		• •		•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	
•	•	•		• •		•		•	•		•	•	•	•	•	•	•	•			•	•	•		•			•	•	•	•	•	• •		•	•	•		• •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•
•	•			• •					•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•					•	•	•								•	•	•	•	•		
•				• •							•	•		•	•			•					•		•						•	•										•	•	•	•	•	•	•	•		•
																	•														•						•										•				
	•	•		• •			•			•				•	•				•	•	•	•	•		•				•	•	•	•	• •					•				•			•	•	•	•	•		•
•	•	•	• •	• •			•		•	•									•	•	•			•				•	•	•			• •			•	•				•	•			•	•	•	•			•
																															•																•				
•																																																			
•	•	•		• •										•	•	•	•	•	•	•	•	•								•	•		• •										•	•	•	•		•	•		•
																																	•						•												

•	- - -	· ·	•	-	•	•		W	K	A	T	· ·	-		DE	2	• •	P	20	Ľ	Y	Ň	0	M		ŦĹ	- 1 - 1 - 1	- - - -	[]	16		1	11	Ēŀ	4 1	Ň	9	-	•	•	•			•	•	•
•	•	• •	•		2	b	len	n.	•	•	•	• •	•	•	•	•	•		•	•		Ir	·þ.	nt	2	17	و	•	•	• •	•	•	• •	•	•	•	Po	Ly V		ti	m	e	2	•	•	•
•	•	Gi	4 Q 1	N	, 0		n	Un Un	nbi		ι 1 1 1) ·	, 1 1 1	•	•	•	•		•	•	•	•	Y	r K	· ·	•	•	•	•	• •	•	•	• •	•) ((r	, 1)	· · ·	•	- - -	X	· ·	•	•	•
•	•	<u>بر</u>	et	v	, √∩	•	2+i	•	ŝ	jh	an an	e	•	•	•	•	• •		•	•	•			g d	n		•	•	•	· ·	•	•	· ·	•	•	•	· ·	•	•	•	•	•	· ·	•	•	•
	•	• •		•		•		•	•	•	•		•	•	•	•	• •			•	•	•	•	Ņ	• •	•	0	•		• •	•	•		0	•	•		•	•	•	•		• •	•	•	•
•	•	• •	•	•		•			•	•	•		•	•	•	•	•				•	•	•	•	• •	•		•	•		•	•		•	•	•		•	•	•	•			•	•	•
•	:		•	•	:	•		•	•	•	:		•	•	•	•			•	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•		•	:			•	•		•	•	•	•			•	•	•
	•	• •	٠													•	•								• •				•	• •						•		•	•	•	•	•		•	•	
•	•		•	•	•				•	•			•			•	•		•		•			•	• •	•		•	•	• •				•	•	•	• •	•	•	•	•	•	• •			•
•	•			•					•							•	•							•	• •				•	• •			•			•			•	•		•				•
				•		•			•	•						•	•				•			•	• •			•	•	• •						•				•		•				•
•	•	• •			•	•					•					1	•							•	•					• •		•					• •					•	• •			
					•																											•														

•	· · · · · · · · ·	WHAT	DOET	POLYNOMIAL - TIM	E MEAN?
•	Pro	blem.	· · · · · · · ·	Input size	Poly-time?
•	Given a	number n	\$	\mathbf{X}	$O(n) \times$
•	return	its square	• • • • • •	log n	$O(n^2)$
•	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
•	· · · · · · · · ·		· · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
•				· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
•					
			· · · · · · ·		

•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	11	R	A	T		•	t		E	2			P (-Y	'	i J I	0	M		Al		-	T I	M	E	· ·	M	lE	, P	+ 1	Ì	9	•	•	•	•	•	•	•	· ·	
•	•	•	•	•		Pr r	1 6) e	M	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		In	Þ۳	zt		17	ke.	•	•	•	• •	· ·	•	•	•	•	•	Po	Ly V	•	ti	n M M	e	?	•	••••	•
•	•	G	i I li	re,	ľ,		2 2	Υ	י ער	(m	be	r	γ	ſ	5	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	Y			• •	· ·	•	•	•	• •	· ·	•	•	•	•) (ſΥ	າ ີ))	•	•	×		•	· ·	
•	•	; }	vl ∙	れ	v	√n v	- - -]]	7		So	ļh	ر رو ر	٢e	, . , .		•	•				•	•	•	•	Ĺ	, 0 (q	۲ ۲		· ·	•	•	•	• •	· ·	•	•	•	C) (Ŷ	2)	•	•		X	J	•	• •	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •		•	•	•			•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	• •	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	0	•	•	•	•	• •		•	•	•	• •			•	0	•	•		•	•	•	•	•	•		• •	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	••••	•	•	•	• •	••••	•	•	•	•	•	••••	•	•	•	•	•	•	•	• •	
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •		•	•	•	• •		•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	• •	•
	•	0	0	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•		0	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•		• •		•	•	•	• •		•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	• •	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	o 1		•	•	•	• •		•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	• •	•
	•	•	•	•	•		•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•				•							•						•		•					•	•	•	•		

•	· · · · · · · · ·	MHAT DOEL	POLYNOMIAL - TIME	MEAN?
•	Pro	blem.	Input size	Poly-time?
•	Given a	number n,		$O(n) \times$
•	return	its square.	log n	$O(n^2)$ X
•	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	$O\left(\log^{2} n\right)$
•	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
•	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

•	· · · · · · · · ·	WHAT DOES	POLYNOMIAL- TIME	MEAN?
•	Pro	blem.	Input size	Poly-time?
•	Given a	number n,	\mathbf{X}	$O(n) \times$
•	return	its square.	log n	$O(n^2)$ X
•	· · · · · · · · ·			0 (log n) 🗸
•	· · · · · · · · ·			
•	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	

· · · · · · · · · ·	WRAT	DOET	POLYNOMIAL-TIME	MEAN?
Pro	blem	· · · · · · · ·	Input Size	Poly-time?
Given a	number n	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	\mathbf{X}	$O(n) \times$
retwin	its square	· · · · · · · ·	log n	$O(n^2)$ X
· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	$O(\log^2 n)$
· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		O(n log n)
· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· ·	
· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

· · · · · · · · · ·	WHAT	DOET	POLYNOMIAL-TIME	MEAN?
Pro	blem	· · · · · · · ·	Input size	Poly-time?
Given a	number n	\$	\mathbf{X}	$O(n) \times$
retwin	its square	· · · · · · · ·	log n	$O(n^2)$ X
· · · · · · · · · ·		· · · · · · · ·	. .	$O(\log^2 n)$
· · · · · · · · · ·			<pre></pre>	$O(n \log n) \times$
· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	

WH	TAL DOET	POLYNOMIAL - TIME	MEAN?
Problem		Input Size	Poly-time?
Given a numb	oun;	\mathbf{X}	$O(n) \times$
return its s	guare	log n	$O(n^2)$ X
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· ·	$O(\log^2 n)$
			O(n log n) X
			O (Jlogn)
			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

WHAT	DOET	POLYNOMIAL-TIME	MEAN?
Problem	· · · · · · · ·	Input Size	Poly-time?
Given a number n	,	\mathbf{X}	$O(n) \times$
return its square	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	log n	$O(n^2)$ X
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	 	. .	$O(\log^2 n)$
· ·	· ·		O(n log n) X
. .			O (Jlogn)

Problem Input size Poly-time? Find the largut entry	
Find the largest entry	
in an n-element away	• •
$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n \end{bmatrix}$	
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
	• •
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	• •

MKA.	JOET	POLYNOMIAL-	time me	AN?
Problem		Input size	· · · · · · · · · ·	Poly-time?
Find the largest	entry	$\mathbf{n} \cdot \mathbf{c}$	· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
in an n-element	array	C = # bits to	encode	· · · · · · · · · · · · · · · · · ·
$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \end{bmatrix}^{}$	an	any entry	a _i	
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			· · · · · · · · · ·	

WHA-	T DOET	POLYNOMIAL-TIME	MEAN?
Problem		Input size	Poly-time?
Find the largut in an n-eliment	entry	\mathcal{N} , \mathcal{C}	$O(n^2 c^2)$
		C = # Bits to encode any entry a;	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
$r_1 - [u_1] u_2$	<u>un</u>	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			
· · · · · · · · · · · · · · · · ·	 	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · ·			
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	

WRAT	Joel	POLYNOMIAL-	TIME MEAN?
Problem	· · · · · · · · ·	Input size	Poly-time?
Find the largut in an n-element	entry among	$n \cdot c$	$0(n^2)$
$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \end{bmatrix} = -1$	an	C = I DITI TO A any entry	a _i
			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	· · · · · · · · ·		

· · ·	· · ·	•	· · ·	W	K P	١Τ	•	Þ	DE.	2	P	0[Y	N	010		ŦL	•	TI	Me		M	E	A	N	9	•	• •	•	• •	•	•	• •
· · ·	· · · ·	Pro	ibler	m a	· ·	• •	•	· ·	••••	•	· ·	•	· ·	In	prt	- 2	iz(D.	· ·	· ·	•	· ·	•	· ·		Pol		-t	im	e ?	•	•	· ·
F	Ind	th	ne	lar	gut	+	entr	Y	• •	•	· ·	•	· ·	•		· · ·	י י נ	•	• •	· ·	•	· ·	•) C	n	- 2 C	, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	•			•	• •
· · · [η β 	n	n -	elu	mur	t	Ŵ			•	· ·	<u>ک</u> ۲	= . 	#	- bi	itc P/	to nts		enc A:	rode	2	· ·	•		(r	00	۔ آر		•	· ·	•	• •	• •
	=	a,	Q2		 	0	In] ·		•	· ·	•	• •					N N	- `l	•••	•	• •	•	• • •		• •	, , 1,C	ノ . 	•	• •	•		• •
	• • •	•		•	•••	• •	•	••••			•••	•	•••	•	• •	• •	•	•	• •	•••	•	•••	•	• •	• •	•	•	• •	•	•••	•		• •
· · ·	· · ·	•	· · ·		· ·	• •	•	••••	• •	•	••••	•	• •		••••	• •	•	•	• •	• •	•	••••	•	• •	• •	•	•	• •	•	• •	•		
		•		•	•••	• •	•	•••	• •	•	•••	•	••••	•	•••	• •	•	•		•••	•	•••	•	•••	• •	•	•	•••	•	• •	•		
		•		1 0 1 0	•••	• •	•	•••			• •	•	0 0	•	• •	o o		•	• •	• •	•	• •	•	• •	• •	•		0 0 0 0	•	• •	•		• •
	• • •	•	• • •	•	• •	••••	•	• •	• •	•	••••	•	••••	•	••••	••••	•	•	•••	••••	•	••••	•	• •	• •	•	•	• •	•	• •	•	• •	• •
	· · ·	•			· ·	•••	•	· ·		•	· ·	•	· ·	•	· ·	• •	•	•	· ·	· ·	•	• •	•	· ·	• •	•	•	 	•	· ·	•		•••

•	· · ·	· · · ·	· · ·	WK	AT	Þ	1300	Pol	YNOM	IAL-	TIME	MEAN?	
•	· · ·	Px	obler	 M	· · ·	· ·	· · · · ·	· · ·	Input	Size	· · · · · ·	Poly-t	time?
•	Fir in	id t	the n-	larg	ut e	entry	· · · · ·	· · · ·	\mathbf{r}	C C	· · · · · ·	$O\left(n^{2}e^{2}\right)$	
•	A =			1	- 0				= # bit Only	s to entry	encode A _i	$\mathbb{O}\left(m^{100} \mathrm{Jc}\right)$	
	· · · ·		1 42	<u>· · ·</u>	 · · · ·		· · · · ·	· · ·		· · · · ·			
	• • •	• • •		• •	• • •		· · · · ·		· · · · · ·	· · · · ·	· · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · ·	
•	· · ·	· · ·		• •	• • •	· ·	· · · · ·	· · ·	· · · · · ·	· · · · ·	· · · · · ·	· · · · · · · · · · · · ·	
•	· · ·	· · ·	· · ·	• •	• • •	• •	· · · · ·	· · ·	· · · · · ·	· · · · ·	· · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · ·	
•	· · ·	· · ·	• • •	• •	• • •	• •	· · · · ·	· · ·	· · · · · ·	· · · · ·	· · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · ·

WHAT	Joet	POLYNOMIAL-TIME	MEAN?
Problem	· · · · · · · · · ·	Input size	Poly-time?
Find the largest	entry	ን የ	$O(nc^2)$
in an n-element	array	C = # bits to encode	$\mathbb{O}\left(\begin{array}{c}100\\ \end{array}\right)$
$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \end{bmatrix}$	an	any entry A;	
			$O(n^{2})$
· · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

•	· · ·	•	• •	• •	N	λH	A	T		Þ	DE	1		Po	L	11	0	M	li A	Ľ	· ·	TI	ME		M	E	A	Ň	9	•	• •		• •	•	•	• •
•	· · ·	•	Px	ə bl	en	n	•	· ·	• •	· ·	•	· ·	•	· ·	•	J	nþ	nt	۲. مک	ize	• •	•	· ·	•	· ·	•	· ·	•	Pol	ky .	- +	;im	ie?	•	•	· ·
•	A	nd	- +	he	. [arg	put	e	ntr	¥	•	· ·	•	· ·	•		(ĥ	, C	•	· ·	•	· ·	•	· ·	•		י כ) (כ	n n	- 2) i				•	• •
•	i Ìγ i i γ	\ * (Bn a		- L	lin	1 in	t ·	G 11	ini (• •	•	Ċ	-		+	bi		to	-	mc	nd l	2	· ·	•		l a	100	•	/ .			•	•	• •
•	A	=	a	a ,	2			0	n]	•	· ·	•	••••	•			Ŋ.			1	"i	· ·	•	• •	•			- - -	ງc ເ); 			•	•	•••
•	· · ·	•	• •	• •	•	• •	•	• •	• •	• •	•	• •	•	• •	•	• •		•	· ·	•	•••	•	• •	0	• •		(n) .	0	X	•	0	• •
•	· · ·	•	· ·	• •	•	••••	•	· ·	· ·	· ·	•	••••	•	•••	•	• •		•	· ·	•	· ·	•	· ·	•	· ·	•	• •	•	•••	•	••••			•	•	•••
•	· · ·	•	• •	• •	•	••••	•	• •	• •	• •	•	• •	•	•••	•			•	• •	•	•••	•	• •	•	• •	•	• •	•	• •	•	• •		• •	•	•	• •
•	· · · ·	•	· ·	••••	•	· ·	•	· ·	• •	· ·	•	• •	•	• •	•			•	· ·	•	• •	•	· ·	•	• •	•	· ·	•	• •	•	• •		• •	•	•	• •
		•	• •				•				•							•		•		•	• •	•		•		•						•	•	

W K A	T 30¢ L	POLYNOMIAL-TIME	MEAN?
Problem	· · · · · · · · · ·	Input size	Poly-time?
Find the largut	entry	n · c	$O(n^2 c^2)$
In an n-eliment	anny	C = # bits to encode any entry a:	$O(n^{100} Tc)$
$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \end{bmatrix}^{}$	an		$O(n^{c}) \times$
	· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	$O\left(\frac{2}{2}, \frac{2}{2}\right)$
	· · · · · · · · · ·		V (l' 2)
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

WHAT	DOET	POLYNOMIAL-TIME	MEAN?
Problem	· · · · · · · · ·	Input size	Poly-time?
Find the largut in an n-element	entry Away	$N \cdot C$ C = # bits to encode	$0(n^2 c^2)$
$A = [a_1 a_2]^{}$	an	any entry ai	0 (nº Jc) </th
	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	$O(n^{c})$ X
	· · · · · · · ·		$0(n^2, 2^2) \times$
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·		
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · ·	· ·	

MHAT DOES	POLYNOMIAL-TIME	MEAN?
Problem	Input size	Poly-time?
Find the largest entry in an n-element array	$N \cdot C$ C = # bits to encode any entry a_i	$O(n^2 e^2)$ $O(n^{100} Jc)$
$\eta = \lfloor u_1 \rfloor \lfloor u_2 \rfloor = \lfloor u_1 \rfloor$		$O(n^{c}) \times$
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	$0(n^2, 2) \times$
		0 (a ₃)
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	

TAUM MHAL DOET	POLYNOMIAL-TIME	MEAN?
Problem	Input size	Poly-time?
Find the largest entry in an n-element array	n.c c = # bits to encode any entry a:	$O\left(n^{2}e^{2}\right)$ V
$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_n \end{bmatrix}$		$O(n^{c}) \times$
		$0(n^2, 2^2) \times$
	· ·	0 (a3) X

```
GRAPH ALGORITHMS
```

						• •			• •				•							•						•			•		•		1				• •	۰.
																Λ.	6		D																			
															. (9	K	t	T	1																		
																-1		•••																				
		• •							• •							• •							•															
	•	• •				• •			• •				• •			• •	•	•		• •	•			• •			• •		• •		• •							1
									• •							• •			•	• •				• •	•	• •	• •		• •		• •			• •	•	•	•	
	•	• •			•	• •			• •	•			• •			• •	•	•		• •		•		• •		• •	• •		• •	•	• •	•		• •	•	•	• •	•
	•									<u>،</u>			• •			• •			•	• •				• •		• •	• •		• •		• •			• •		•	• •	
		. V	2							V2										• •				• •		• •	• •		• •		• •	•		• •			• •	
		• •	•			• •				<u> </u>										• •				• •					• •		• •			• •			• •	
		• •	7						Λ	$\left(\cdot \right)$						• •								• •					• •									
				\backslash				/	. .	$\sum_{i=1}^{n}$																												
				. `	<u>\</u>		/		. .																													
					\sim	. /	· .		.		\																											
					. 9	Y.		. 1	Ι.		_\																											
					/	J۷.		. /.			/	۸.																										
				/				L			-1																											
			1								ſ	Ýς.																										
	•	_	<u> </u>		•	• •		٧ _C	• •	•		- 0	• •			• •	•	•	•	• •				• •					• •	•	• •							
	•	<u> </u>				• •		. د.	• •							• •	•	•	•	• •				• •			• •	•	• •		• •					•		
	- I	ĥ, i			•				• •							• •			•	• •				• •	•	• •	• •		• •		• •			• •	•	•	•	
	•	·1 ·				• •			• •			•	• •			• •	•	•	•	• •				• •		• •	• •		• •		• •			• •		•	• •	
	•	• •			•	• •			• •	•			• •			• •	•	•		• •		•		• •	•	• •	• •		• •	•	• •			• •	•	•	• •	•
		• •				• •			• •						-	• •				• •				• •		• •	• •		• •		• •	•		• •	•	•	• •	
		• •																		• •				• •		• •	• •		• •		• •	•		• •			• •	
		• •																						• •														
0													• •																									

	GRAPH	
	A graph G is a f	pair of sets (V,E)
VI		
v		
V ₄		
		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

	GRAPH
	A graph G is a pair of sets (V, E)
	V: non-empty set of items called vertices / nodes
Vy	F: a (bossibly empty) set of 2-item
. .	subsite of V called edges

	GLAPH
	A graph G is a pair of sets (V, E)
V ₂ V ₁ V ₁ V ₂ V ₃	V: non-empty set of items called vertices / nodes eq. $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$
Vy	E: a (possibly empty) set of 2-item
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	subsite of V called edges
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
	GLAPH
---	--
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	A graph G is a pair of sets (V, E)
	V: non-empty set of items called vertices / nodes
v ₅ v ₆	$e_{q}, V = \{v_{1}, v_{2}, v_{3}, v_{4}, v_{5}, v_{6}\}$
Vy	E: a (possibly empty) set of 2-item
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	Subsete of V called edges
· ·	e.g., $E = \{v_1, v_4\}, \{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_3, v_5\}, \{v_5, v_6\}, \{v_3, v_6\}\}\}$

· ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	GLAPH	
V ₂	V ₃	Edges can be undirect	ed (unordued pair)
		on directed (ordered	pair)
	v ₅ v ₆	ν 	3
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · ·		
	. .	V.	N ₆
· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

	GRAPH
V_{2}	Edges can be undirected (unordered pair)
	on directed (ordered pair)
V ₁ V ₅ V ₆	V_{2}
edge $\{V_1, V_2\}$ or $\{V_2, V_1\}$	edge (V_2, V_1)
. .	Vy VG

														•							•										· · ·		
											λ.					-		•	. .														
										. [A 1	? P			17		01	19	S.														
			•	•	• •		•	• •				• •	•		•		• •			•	• •	•	•			• •	•						
								• •																• •		• •		• •					
		• •					•	• •		•		• •		• •														• •					
				•				• •																• •		• •		• •			• •		
		• •		•	• •		•	• •	•	•		• •		• •			•				• •					• •		• •		•		•	
			•	•	• •		•	•									•				• •			• •		•		• •		•	•	•	
		• •		•			•	• •				• •	•	• •			•			•	• •					• •		• •		•		• •	
				•			•	•				• •		• •			•				•			• •		• •		• •		•	• •	•	
		• •	•	•	• •		•	• •				• •	•	• •	•		•			•	• •			• •		• •		• •		•	• •	• •	•
		•		•	• •			•						• •			•				• •			• •		• •		• •		•	• •	 • •	
								• •						• •							• •			• •		• •		• •		•	• •	• •	
								• •													• •							• •		•		 	
								• •													• •							• •			• •		
0		 			. 0										0	0			0				0		0				 			 	

· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	APPLICATIONS	· · · · · · · · ·	• •
			 • •
$(C_{1}+R)$			 • •
			 • •
			 • •
			 • •
(City C)			• •
Roat configuration			
Noaa nerworks			
			 • •
			 • •

• •	•	•	•	• •	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	•	• •	A	t P	P	L		Ċ	Å.	T	1 (71	19	2	•	•						· ·	•			•						••••
• •															(ŀ	lik	i /			•	•	•••			7 (B	35		, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,															
• •	2	C	ity	F	Ď	0	•	• •	•	C	Çì	+1		ß			0	•	0	•	•	•		• •	o o	•	0			• •	0	0	•			<u>.</u> ח		<u>/</u> Jek		لم لم	/	0	•••	•	
	•	•		· ·	•	с. С	~	$\overline{1}$		Ľ	/.	•	•	•	• •	· ·	•	0	•	•	•	•	• •	• •	• •	•	•	•	X		•	\mathcal{L}								下	<	\	• •	•	· ·
• •	0	0	•	• •	•			Ty J	().	0	0				0	•	0	•	0	•		• •	• •	•) 1	Y	0W		vel	120	te	\mathcal{D}_{i}	0	0	•••			SE.	<u>М</u>	ieb:	site))
• •	•	•	•	Re)a	d	• •	ne	t	WI	<u>ب</u> رو	2		•	• •	••••	•	•	•	•	•	•	• •	••••	• •	•	•	•	•	• •	•	•	•	1	he	•	W	rel))		0		• •	•	- · ·
	•	•	•		•	•	•		•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	•				•	•	•	•	• •	•	•	•			•	•		•	•	•	•		•	• •
				• •								٠													• •					• •								• •				•	• •		• •
• •			•	• •			•	• •	•	•	•		•	•				•		•	•	•		• •	• •	•	•		•	• •		•		•				• •	•	•	•	•	• •	•	• •
• •		•		• •		•	•	• •					•	•				•			•	•	•	• •	• •					• •								• •				•	• •	•	• •
																																											• •		
• •			•	• •			•	• •			•		•	•								•			• •				•	• •								• •	•		•	•	• •	•	• •
• •	•	•	•	• •			•	• •					•	•	•					•	•	•	•	• •	• •		•			• •		•	•	•				• •			•	•	• •	•	• •
• •			•	• •		•	•	• •						•				•				•	• •	• •	• •					• •		•						• •				•	• •	•	• •

APPLICATIONS Wiki BSW City B) IITD Website City C Your website CSE website networks The Web Person C) Person A Person B Social networks

APPLICATIONS	
	(Wiki) 7 BSW
City A) (City B)	ITD Website
CityC	Your hubsite (CSE website)
Road networks	The Web
Person C Person C	COL 202 (COL 202) (COL 106)
Person B	COL 749
Social networks	Precedence constraints

APPLICATIONS X Х O 0 X



· ·	GLAPH	
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	Two vertice V; and Vj	are adjacent
	$if \{v_i, v_j\} \in E$	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
v ₅ v ₆	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
······································	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

	GRAPH
	Two vertices v; and v; are adjacent
	$if \{v_i, v_j\} \in E$
	eg., V1 and V3 are adjacent
v ₅ v ₆	V3 and Vy are NOT adjount
V ₄	
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	

· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	GRAPH
	Two vertices vi and vj are adjacent
	$if \{v_i, v_j\} \in E$
	e.g., V1 and V3 are adjacent
ver	3 and Vy are NUL agricul
v ₅ v ₆	An edge $e = \{v_i, v_j\}$ is incident
Vy VS VG	An edge $e = \{ V_i, V_j \}$ is incident to the vertices V_i and V_j .
Vy	An edge $e = \{v_i, v_j\}$ is incident to the vertices v_i and v_j .

	GLAPH
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	Two vertices v; and v; are adjacent
	$if \{v_i, v_j\} \in E$
	e.g., V1 and V3 are adjacent
ve v ₆	V3 and Vy are NOT adjournt
Vy Vy	y_3 and y_4 are NOT adjount An edge $e = \{V_i, v_j\}$ is incident
Vy	y_3 and y_4 are NOT adjacent An edge $e = \{v_i, v_j\}$ is incident to the vertices v_i and y_j .
Vy Vy	An edge $C = \{V_i, V_j\}$ is incident to the vertices V_i and V_j . e.g., C is incident to V_5 and V_6

· ·	G	LAPH	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		
	v, The	number	of edges	incident -	to a vertix
		Called	the degr	u.	· · · · · · · · · · · · · ·
vi	NC	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·		
V ₄					
· · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · ·
. .	.	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · ·
· ·	· ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · ·

· ·		GLAPH	· · · · · · · · · · ·	
	V ₃	The number	of edges	incident to a vertex
vi		eg., deg	$\left(V_{3}\right) = 3$	$deg\left(\frac{N_2}{2}\right) = 1$
V ₄		· ·	 	
· ·	· ·		· · · · · · · · · · · ·	

· · · · · · · · · · ·		GLAPH		· · · · · · · · · ·
	$ \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot $	The number of	edges incident to	a vertex
		is called the	- degree.	· · · · · · · · · ·
V		eq., $deg(V_2)$	$= 3$ deg $(V_2$)=1
			0	
	v ₅ v ₆	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· · · · · · · · ·
Vy	v ₅ v ₆	A simple graph	has no loops or m	nuttiedges
Vy	v ₅	A simple graph	has no loops or m	nuttiedges.
Vy	v5 v6	A simple graph	hae no loops or m	nuttiedges.

· · · · · · · · · · · ·	GLAPH
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	The number of edges incident to a vertex
	is called the degree.
v	e.g., deg $(V_3) = 3$ deg $(V_2) = 1$
V ₄	A simple graph has no self-loops or multiedges.
· · · · · · · · · · · ·	
	\sim

			• •		• •			•	· ·		• •						• •											• •						• •	
										1.		1 - 1			۸	•		D		_	1.4	-													
										W	R		4	<u>.</u>	A f	11		ľ	H '		H	C													
																				• .	۲, ۹														
																																			•
			• •		• •									• •		•	• •		• •											•					
								• •	• •					• •					• •											•	• •				
			• •		• •			• •	• •					• •			• •		• •										•	•	• •				
			• •		• •			• •	• •		• •			• •		•	• •		• •				•					• •		•	• •			• •	
			• •		• •			• •	• •		• •			• •	•	•	• •		• •			•		•						•	• •		•		•
			• •		• •			• •	• •		• •			• •	•	•	• •		• •			•		•						•	• •		•		•
			• •		• •			• •	• •		• •			• •		•	• •		• •											•				• •	•
-			• •		• •			• •	• •		• •			• •		•	• •		• •						•				•	•	• •	•		• •	•
			• •		• •			•	• •		• •			• •		•	• •		• •			•			•		•	• •	•	•	• •	•		• •	
	•		• •		• •			• •	• •		• •			•	•	•	• •	•	• •			•	•	•	•			• •		•	• •		•	• •	
			• •	•	• •		•	• •	• •		• •	•		• •		•	• •	•	• •									• •	•	•	•			• •	
-	•	•			• •			• •			• •			•		•			•			•						• •	•	•	• •	•	•	• •	
-	•	•			• •			• •			• •			•		•		•	•			•						• •	•	•	• •	•	•	• •	
		•	• •					• •			• •			• •	•	•	• •		• •					•	•		•		•	•	• •	•	•	• •	
			• •		• •		•	•			• •			• •	•	•	• •		• •					•	•		•	• •		•	• •	•		• •	•
			• •		• •		•	•			• •			• •	•	•	• •		• •					•	•		•	• •		•	• •	•		• •	•
			• •		• •		•	•			• •			• •	•	•	• •		• •					•	•		•	• •		•	• •	•		• •	•
			• •		• •			•			• •			• •	•	•	• •		• •					•	•		•	• •		•	• •	•		• •	•
•			• •		• •		•	•			•			•		•	•		•			•			•			• •		•	•		•	•	
•			• •		• •		•	•			•			•		•	•		•			•			•			• •		•	•		•	•	
•			• •		• •		•	•			•			•		•	•		•			•			•			• •		•	•		•	•	

•	· ·	•	•	· · ·	•	• •	· ·	•	•	•	· · ·	•	Ŵ	A	L	د د د		•	A 1	N i	D		P	A 7	T	4.	2	•	•	· ·	•	•	· · ·	•	• •	· ·	•	· · ·	•	•	· ·
•	· · ·	A	•	• •				•	ÌS	•	С Л		۰ ۶ (29	ve	n n(Ŀ	•	0	F		٢٩	አ †	ίC	es		· · ·	٬ 0٫	nn	U	te	d) Y (• •	L	dg	25		•	· · ·
•			•	• •												•	•			•	• •			• •			• •				•							• •	•		• •
																														• •					-						• •
*				• •		•					• •		•	• •			• •				• •		٠	• •			• •								•			• •	٠	•	• •
•	• •			• •	•	• •					• •		•	• •		•	• •				• •		•	• •	•		• •			• •					•			• •	•	•	• •
•	• •		•	• •							• •		•	• •	•		• •			•	• •		•	• •		•	• •	•	•	• •		•						• •	•		• •
											• •		•	• •			• •				• •			• •						• •		•						• •			• •
																																						• •			
																	• •				• •			• •											•			• •			• •
•				• •							• •			• •			• •				• •			• •			• •			• •					•		٠	• •			• •
•	• •		•	• •		•				•	• •		•	• •			• •			•	• •		•	• •			• •	•		• •		•			•			• •	•		• •
•	• •		•	•						•	• •		•	• •			• •			•	• •		•	• •			• •	•		• •		•			•			• •			• •
•	• •			• •		•				•	• •			• •			• •				• •			• •			• •			• •		•	• •		•			• •			• •
•				• •							• •		•			•	• •				• •		•	• •			• •		•									• •		•	
											• •		•	• •			• •				• •			• •						• •		•						• •			• •

	WALKS	AND PATHS	
A walk	is a sequence	of vertices co-	nnected by edges
Eg.,	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		
		\mathcal{N}_{h}	
	V_3 		V ₅
		V2	
			r ₆

WALKS AND PATHS A walk is a sequence of vertices connected by edges

WALKS AND PATHS A walk is a sequence of vertices connected by edges / WAK of] _ _

•	•	· · ·	•	•	• •	•	•	•	· · ·		•	•		W	A	L	K.	C	•	ł	1	1)	•	P	Å	T	H	S	•	· ·	•	•	· · ·	•	•	•	••••	• • • •	•	•	• •	· ·	•	•
•	•	P	+ .	•	Þ	H	4	•	Ì	5	. (С Л	•	٢	91	IJ	۲ ۲	•	M	h		· ·	i G	Ŵ		•	V	er:	ti	CC	ſ	r L	2	L	•	ď	ř-f	Ϋ́f +	مرا	2m	t.	• •	· ·	•	0
	•																																	• •							•	•			
•	•		•	•	• •		•				•	•		•	• •			•		•	•	• •			•	•	•	• •		•	• •		•	• •				•					• •		•
															• •																• •														
	•																																					•							
	•				• •															•	•						•			•				• •				•					• •		•
	•				• •		•	•										•		•	•	• •					•			•		•		• •				•			•	• •	• •		•
	•	• •	•		• •		•	•										•		•	•	• •	•				•			•		•		• •				•			•	• •	• •		•
		• •	•		• •		•	•												•		• •	•					• •		•				• •		•		•			•				
																			•																										
																																		• •				•							•
	•				• •													•		•	•						•			•				• •				•					• •		•
	•				• •		•	•										•		•	•						•			•		•		• •				•	•		•	• •	• •		•
•	•	• •	٠		• •	٠			• •				•	•	• •		٠		•	•	٠	• •					٠	• •			• •			• •	٠			• •				•	• •		•
	•	• •			• •				• •				•		• •					•		•						• •			• •			• •				• •					3 0		•
		• •							• •						• •																• •							•	•				1 0		

		WALKS	AND	PATHS	· · · · · · ·	
A path	Ìs Λ	Wolk	Where a	U vertices	are	different.
Eg.,	· · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · ·	
	· · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · ·		· · · · · · ·	
	· · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · ·	V ₄	· · · · · · ·	
	· · · · · · · ·	√ <u>3</u> €			V5	
		· · · · · · · · · ·		• V ₂	· · · · · · · ·	
	· · · · · · · · · · · · ·				6	

IND PATHS	
n all vertices	are different.
- V ₂ - V ₄ - V	Not a path
۲۲. 	
¥4	V
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	IND PATHS u all vertices $-v_2 - v_4 - v_4$ v_4 v_2 v_2 v_3

	WALKS AND PATHS	· ·
A path is a	walk where all vertices are different.	· ·
Eg., V,	$V_2 - V_4 - V_5 = A$ valid path (lingth = 3)	· ·
		· · ·
· ·	v_4	· ·
		· ·
ν- 	$F \qquad V_2 \qquad V_1 \qquad V_1$	· ·
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	ι	•••

	
kemma :	For any t	wo distinct	vertius u	and V,	· · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · ·	there exists	a walk	thue there	exists a	path
	between u	and V	betw	cen la an	
			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		
· · · · · · · · · · ·				· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · ·
Proof:	Exercice				· ·
Proof :	Exercice			· · <th>· ·</th>	· ·
Proof:	Exercice			· ·	
Proof:	Exercice			· ·	

•	•	0	0	•	•	•	•	· ·	•	0	•	•	0	•	•	0	0	0	Ċ	0		1	J	E	C	Γ		N		T	Y	•	•	•	• •	· ·		•	•	•	0	• •		•	•	•	• •	
•	•	•	•	•	•	A	•	t t	۶Q	, V			0-	\mathbf{c}	•	v V	er د	Ĵ		J	•	•	U	•		5 7 7	d		١	י ג ג ג	•	ው	۰ ۸	· · ·	• • • •	C	<u>ה'</u>	ni	مو	Ċ	┼╴	J	Ĩ.	f	•	•	· ·	 •
•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	╉	ħ	er er	L	•	Ì-		•	Or	•		50	nt	h	•	k)و	ł	ω	e	5	•	lı	• •	0	- 	J	•	V		•		•	•	•		
•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	. 0	•	•	•	•	•	• •	· ·	•	•	•	•	•	• •		•	•	•		
•	•	0	•	•	•	•	•	• •	•	0	•	•	•	•	•	0	•	•	•	•	0	•	•	•	•	•	•	• •		•	•	•	•	•	• •	· ·	•	•	•	•	•	• •		•	•	•		 •
•	•	•	•	•	•	•	•	••••	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •		•	•	•	•	•	• •	· ·	•	•	•	•	•	• •	 	•	•	•	• •	
•	•	•	•	•	•	•	•	••••		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •		•	•	•	•	•	• •	· ·	•	•	•	•	•	•		•	•	•	• •	 •
•	•	0	0	•	•	•	0	• •	•	0	•	•	0	•	0	0	0	0	•	•	0		•	•	•	•	0	• •		•	•	•	•	•	•	• •	0	•	•	•	•	•	 	•	•	•	• •	 0
•	•	•	•	•	•	•	•	· ·		•	•	•	•			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •			•	•	•	•	• •		•	•	•	•	•			•	•	•		
•	•	•	•	•	•	•		• •		•			•			•	•	•		•	•	•	•		•							•	•						•	•			 	•	•			

CONNECTINITY				
	pair of vulices	U and V one	connected	ĩf
· · · · · · · · · · ·	there is or	path between u	and V.	
· · · · · · · · · ·	V ₄	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · ·		V ₅		
	V ₂			
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	V	• 16		

· · · · · · · · · ·	CONNECTIVITY
A	pair of vertices 4 and V are connected if
· · · · · · · · · · ·	there is a path between 4 and V.
· · · · · · · · · ·	V_4
	V_3 V_5 V_5 V_5 Connected
	V_2
·F	V ₁
· · · · · · · · · ·	
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

CONNECTIVITY A pair of vertices u and v are connected if there is a path between 4 and V 3, V6 -> Connected V2, V, -> Not connected

CONNECTIVITY A pair of vertices a and v are connected if there is a path between 4 and V V3, V6 -> Connected V3, VI -> Not connected V2 A graph is connected if every pair of vertices are connected.

· · · · · · · · · ·	Coi	NECTINITY
	pair of Vertices	U and V are connected if
. .	there is a	path between 4 and V.
· · · · · · · · · · · ·	V ₄	
	√ 3	Not a connected graph
v ₇	V ₂ V ₁	• v ₆
A g	raph is connected	if every pair of vertices are connected.

· · · · · · · · · ·	Cor	NECTIVITY		
	pair of vertices	U and V are	. connected	j ît
· · · · · · · · · · ·	there is a	path between l	e and V	
· · · · · · · · · ·				
· · · · · · · · · · ·	V3	→ → ↓ V _E		· · · · · · · · · · · · ·
	V ₂		onnected	
7	V	• V ₆		
A gr	mph is connected	if every pair of	vertices are	connected.

CONNECTIVITY					
Given an undig	rected and	connected	graph i	on n	vertices
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·	· · · · · · · ·	 	· · · · · · · · · ·
Maximum	# edges	1
Minimum	# edges	£			
	· ·		· · · · · · · · · ·	· · · · ·	
· · ·		Co	NNECTIVITY		
---------	---	---	-----------------	----------	------------
· · · ·	Given an	undinected	and connected	graph on	n verticus
· · · ·	Maximum	# edges	$= {}^{n}C_{2}$		
· · · ·	Minimum	# edges	= n-l		
· · · ·	· ·	· ·			

		Co	NNECTIVITY		
 	Given an	undirected	and connected	graph or	in vertices
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	Maximum	# edges	- ⁿ C ₂		p complete graph
· · · ·	Minimum	# edges	= n-l		tree
· · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	. .		· · · · · · · · · · · ·	· ·

							1													•					•			<u> </u>					•		• •	
								? 🔨] /	7. 1	. F	· •			م الأ	15			^	1 4	n C	7	- 7			a i	11		C							
								/ !	l (ノレ	ト	5		/	T	NL).	. (U,	בע	>C	لر ز	∕.					2							
															•													• •								
															•													• •								
							•		•		• •											•	• •		• •			• •								
				•				• •			• •					•	• •			• •		•	• •		• •			• •					• •		• •	
																								•				• •					• •		• •	
			•	•			•	• •			• •	•	•			•	• •			• •		•	• •		• •			• •		•			• •		• •	
								• •			• •												• •		• •			• •					•		• •	
				•			•	•			• •					•	•			• •			• •	•	• •			• •		•			• •		• •	
			•	•			•	• •			• •						• •			• •		•	• •		• •			• •					• •		• •	
				•				• •			• •						•			• •			• •		• •			• •		•	• •		•		• •	
				•				• •			• •						• •			• •			• •		• •			• •		•	• •		• •		• •	
				•			•	• •			• •						• •			• •			• •		• •			• •		•	• •		• •		• •	
								• •			• •												• •		• •			• •			• •		• •		• •	
								• •																				• •					• •		• •	
											• •												• •					• •					• •		• •	
								• •			• •												• •					• •							• •	

CYCLES AND CLOSED WALKS A closed walk is a walk that starts and ends at the same vertex,

CYCLES AND CLOSED WALKS A closed walk is a walk that starts and ends at the same vertex,

CYCLES AND CLOSED WALKS A closed walk is a walk that starts and ends at the same vertex, $v \longrightarrow V_2 v \longrightarrow V_2 v \longrightarrow V_1 v \longrightarrow V_2 v \longrightarrow V_1 v \longrightarrow V_2 v \longrightarrow$

•	• •	•	• •	• •	· ·	• •	•	C	Y	C	LE	55		• •	AI	ND		C	10)S	E.	D	ĥ	J F	IL	K	S	• •	•	•	• •	· ·	•	•	••••
•	· ·	•	· ·	A	e C	10.	: Sec	t i	W	all		····		n D	•	· h	roll	C	-+	ho	ť	· · · · ·	; ;+;	av	ts	C	i Nn	d	•	er	-d	2	•	•	•••
	• •	•	• •	• •	• •	• •	•	• •	• •		T T	· ·							· ·	· · · ·		• •	•	• •				• •	•				•	•	
•		•		• •			•		•	0	t	• •	th	r C	4	SO	me	_	VC	nF	ĒX	,	•				•		•	•			•	•	
•	• •		• •	• •	• •	• •	•	• •			•	• •	•	• •	•				• •			• •	0	• •				• •	•	•					• •
	•••	(.	• •		• •		•	• •			•	• •	•	• •		• •			• •			• •	•	• •			•	• •	•	•	• •			•	· · ·
	ŀ	ł	<u> </u>	fcli		21	0	Ň	0	se	d	K	ral	K	Ĭ		W	hid	 N	l D	U	Viu	rli	ice	s. j	(e	Rc	ept	{	sto	nt	Ē D	n	end	
	• •	•	(J																						<u> </u>		. • .				i			
																									۱A			. A.	<u>`P</u>	ſ.		- +			
	• •		• •	• •	• •		0	• •			•	• •	•	• •	•	• •			• •		•	• •	•	• •	0		•	d	ìf	fe	λ.	nt	-	•	• •
	• •	•	• •	· ·	· ·	• •	•	••••			•	••••	•	• •	•	••••		· ·	• •	• •	•	• •	•	• •	Q.		•	d	ìf	fe	λ.	nt	-	•	· ·
	• •	•	· ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · ·	· · ·	•	· · ·	• •	· · ·	•	· · ·	•	· · ·	•	· · ·	• •	· · ·	· · ·		•	· · ·	•	· · ·			•	d d	ìf	fe	λ.	nt		•	· · ·
•	· ·	•	· · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · ·	•	· · ·	- · ·		•	· · ·	•	· · ·	•	· · ·	· ·	· · ·	· · ·		•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	· · ·			•	d	ìf	fe		nt	-	• • • •	
•	· · ·	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · ·	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			•	d	ìf	fe		nt	-	· · ·	
•	· · ·	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			 . .<	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	0		•	d	ìf	fe		nt		· · ·	· · ·
•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·						· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·								 . .<		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	Q.			ð	ìf	fe		nt		· · · ·	
•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · ·			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·						· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·						 . .<					· · ·		ìf	fe		nt.		· · · ·	
•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·						· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·						 . .<							ìf	fe		n t		· · · · ·	
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·							· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·										 . .			0			ð	ìf	fe				· · · · ·	
			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	• • • • • • • • • •	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·								· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			2			d	ìf	fe		n t			

· ·	• •	•	· ·	•	• •	•	• •		(, , ,	1(L	59	2	•	A	N	D	•	C	Ľ	D	2	E	D		N (Al	Lk	Ś	• •	•	•	• •	•	• •	• •	•	•••
· ·	••••	•	· ·	A	· ·	C	{0.	5 e	d	•	W6	zlk		•	21		r	· ·	W	ol	K	· ·	+1		ł	•	ا ک	La	ts	, . , .		no		e e	'n	d s	· · ·	· ·	•	· ·
• •	••••	0	· ·	•	• •	•	• •		•	•	· ·	0	t	• •	+1	مل	•	S	01	mł	>	N	`ひ 。	t	ĒX		• •	•	• • • •	•	•	• •	•	•	• •	•			•	• •
	• •		• •	•	• •	•	• •		•	•	• •	0	•	• •				lis	Ř	W) \~) .	r Sì	ng	le	. \	14	Jie	e	- -	0- 0-	Ŷ	Si	na	gle	•	ed	lge	د گ	
• •	ŀ	ł	Ċ	yc	le	•	21		0	C	0	su	d	۱ ۲	Ja	UK		m		W	hi	ch	•	D	U	۰ ۷	5	ບໍ່ເ	2		e%	Ce	pt	י גר גר	ta	t	Qr	J	en	I)
		•	• •			•						•	•			•			•	•		• •			•	•	• •	•		<u>An</u>	Ľ		dì	ff	فر	انې	Ŧ	-	•	
		•	• •	0		•				•		•	•						•	•			•	• •	•					•						•				
																																• •			• •			• •		
		•	• •		• •	•	• •			•		•	•				•	• •	•				•	• •		•	• •	٠			•	• •		•	• •		•	• •		• •
																									•															
																												٠												• •
• •			• •				• •			•			•	• •	•						• •	• •		• •		•	• •		• •			• •		•	• •	•	•		•	• •
•			• •		• •		• •			•	• •			•			•	• •			•	• •		• •			• •		• •		•	• •		•	• •		•	• •		• •
		•	• •			•	• •					1					1			•			•	• •	•		•		• •	•		• •					•			• •

CYCLES AND CLOSED WALKS	
A closed walk is a walk that starts and ends at the same vertex.	· · ·
A cycle is a closed walk in which all vertices (except start and end Vy are different.)
v_{2} v_{4} v_{7} v_{7} v_{1} v_{6} v_{5} $v_{2}-v_{3}-v_{4}-v_{2}$ is a Cycle of length three	

CYCLES AND CLOSED WALKS A closed walk is a walk that starts and ends at the same vertex. A cycle is a closed walk in which all vurtices (except start and end) Vy are different. $V_1 - V_2 - V_3 - V_4 - V_5 - V_1$ is a Cycle of length five

•		· ·	•	•	••••	•	•	• •	•	•	• •	•	0	0	•	•	o o		Γ	R	E	E	2	•	• •	•	0	• •	• •	•	•	• • • •	•	•	•	• •	•	•	•	•			•
•	• •	· ·	•	•	•	4	•	む	- re	e	• •	Ì	· · ·	•	2	•	•	C	<u>`v</u>	nr	م و	cł	e	d	· ·	Rı	nd	· · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	λ	i y	chi		•		26	2	bh		•			•
								• •			• •						•					• •														•							
•	•		•		• •	٠	٠	• •			• •	•	•	•	•	•	•		•		•		•	•	• •	•		• •			•			•	•	• •		•	•	•		•	•
																	•			. (
•					• •						• •						•								. /	~ .										• •						•	
•	•				• •			• •			• •						•								·/ ·			• •				• •			•	• •	•	•		•		•	•
•	•				• •			• •		•	• •				•	•						• •		./				•			•	• •			•	• •	•			•		•	
•				•	• •			• •		•	• •		•		•	•			•				•	/	• •						•	• •			•	• •				•			
•	•										• •						•								• •							• •			•	• •					3 9		
																						/		Ś																			
																				/	<u> </u>																						
																		6	×																								
																									, - -																		
								• •			• •													/	• •											• •				•			
					• •			• •			• •				•							• •	/		• •			•		•		• •			•	• •	•	•		•		•	
•			•		• •			• •			• •				•		•			•	1				• •		•	• •		•					•	• •		•		•		•	•
•			•	•	• •			• •		•	• •				•		•			•	•		•	•	• •		•	• •		•		• •			•	• •		•		•		•	
•	•				• •			• •			• •				1	•	•								• •			•			•	• •		1		• •					3 0		

•	•	•	•	•	•	• •	•	•	• •	•	•	· ·	•	•	•	•	· ·			-	ZE	ĒE	5	2	• •		•	••••	•	• •	•	•	•	• •	•	•	• •	•	•	•	• •		
•	•	•	•	•	•		4	•	む	-l	e e	• •	Ìs	· ·	•	n A	• •	•	н С С	v r	in	دد	te	d	•	ß	nd	· · · ·	C	λС	ye	li		· ·	g-	60	(b)	1 1 1	•	•	• •		•
•	•	•	•	•	•	· ·	•	•	· ·	•	•	• •	•	•	•	•	• •	•	•	•	· ·	•	· ·	· ·	• •		•	••••	•	· ·		•	•	· ·		•	· ·	•	•	•	••••		•
•	•	•	•	•	•	• •	•	•	•••	•	•	• •	•	•	0	•	• •	•	0	•	· ·	•	• •		•		•	• •	0	• •	•	0	•	•••	•	•	• •	•	•	•	• •		
•	•	•	•	0		• •	•	•	••••		•	• •	•	•		•	• •		0	•					. /	•	•	• •	0	• •	0	0	0	••••	0	•		0					
•	•	•	•	•	•	• •	•	•	••••	•	•	• •	•	•		•	• •		•		/	•	· ·	 /			•	• •	•	• •	1	10	t	0	۱.	t	T	l	•	•	· ·		
•	0	0	•	•	•	••••			••••	•				•	•	•				/					• •			• •	•	• •	•	•	•	••••	•	•		•	•				
•	0	0	•	•	•	••••	•	•	· ·	•	•	• •	•	•	•	•	• •	•	, e	/			• •				•	••••	•	• •	•	•	•	· ·	•	•	• •	•	•	•	• •		
•	•	•	•	•	•	• •	•	•	••••	•	•	• •	•	•	•	•	• •	•	0	•	•••	0					•	• •	0	• •		0	•	••••	0	•	• •	0	•	•		•	
•	•		•	•	•	••••			••••	•				•	•	•			•			•	/ 1		• •			• •	•	• •	•	•	•	••••	•			•	•				
•	•	•	•	•	•	• •	•	•	••••	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	· ·	•	• •	• •	•		•	• •	•	• •	•	•	•	••••	•	•	• •	•	•	•	••••	•	
•	•	•	•	•	•	• •	•	•	••••	•	•	• •	•	•	•	•	• •	•	•	•	· ·	•	• •		•		•	• •	•	• •	•	•	•	••••	•	•	• •	•	•	•			

TREES A tree is a connected and acyclic graph. Not a tree / (It's a forest !) - . . . **/** / /